

Simulare județeană - Examenul național de bacalaureat, decembrie 2025

Proba E.c)

Matematică M_șt-nat

Barem de evaluare și de notare

Varianta 3

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

SUBIECTUL I

(30 puncte)=5

5p	1. $a - b = \log_5 2025 - 4 \log_5 3 = \log_5 2025 - \log_5 (3^4) =$ $= \log_5 (2025 : 81) = \log_5 25 = 2$, care este număr natural	2p 3p
5p	2. $(f \circ f)(x-1) = f(a+3x-3) = 4a+9x-9$, $f(3x) = a+9x$, pentru orice număr real x $4a+9x-9 = a+9x \Leftrightarrow a=3$	3p 2p
5p	3. $3^{3x} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^x = \left(\frac{9}{2}\right)^x \cdot 64 \Leftrightarrow \left(27 \cdot \frac{2}{3}\right)^x = \left(\frac{9}{2}\right)^x \cdot 64 \Leftrightarrow (18)^x = \left(\frac{9}{2}\right)^x \cdot 64$ $(4)^x = 64$, deci $x=3$.	3p 2p
5p	4. $P = \frac{\text{nr. cazuri favorabile}}{\text{nr. cazuri posibile}}$ Cazuri posibile $\rightarrow 100$. Cazuri favorabile : 14, 28, 42, 56, 70, 84, 98 $P = \frac{7}{100}$	2p 3p
5p	5. $\begin{cases} 2x - y = 1 \\ x + 2y = 3 \end{cases} \cdot 2 \Rightarrow \begin{cases} 4x - 2y = 2 \\ x + 2y = 3 \end{cases} \Rightarrow x = 1$ $\begin{cases} 4x - 2y = 2 \\ x + 2y = 3 \end{cases} \Rightarrow y = 1 \quad A(1,1)$	3p 2p
5p	6. $\sin \frac{\pi}{12} = \sin \left(\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{4} \right) = \sin \frac{\pi}{3} \cos \frac{\pi}{4} - \sin \frac{\pi}{4} \cos \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2} \left(\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2} \right)$ $\cos \frac{\pi}{12} = \cos \left(\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{4} \right) = \cos \frac{\pi}{3} \cos \frac{\pi}{4} + \sin \frac{\pi}{3} \sin \frac{\pi}{4} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2} \left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} \right)$ $\sin \frac{\pi}{12} - \cos \frac{\pi}{12} = \frac{\sqrt{2}}{2} \left(\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2} - \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} \right) = \frac{\sqrt{2}}{2} (-1) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$	3p 2p

SUBIECTUL al II-lea

(30 puncte)

5p	1.a) $X(b) = I_2 + bA \Rightarrow X(a)X(b) = (I_2 + aA)(I_2 + bA) = I_2^2 + I_2bA + aAI_2 + abA^2 =$ $I_2 + bA + aA + 3abA = I_2 + (a+b+3ab)A$ $A^2 = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 & 3 \\ 6 & 3 \end{pmatrix} = 3A$	3p 2p
5p	b) $X(a), X(b) \in G \Rightarrow X(a)X(b) = X(a+b+3ab) \in G$ pentru că $a+b+3ab \neq -\frac{1}{3}$ $a \neq -\frac{1}{3} \quad b \neq -\frac{1}{3}$	3p 2p
5p	c) $X(a) = \begin{pmatrix} 1+2a & a \\ 2a & 1+a \end{pmatrix}$; $X(a)$ inversabilă $\Leftrightarrow \det X(a) \neq 0$ $\det X(a) = 3a+1 \neq 0$	3p 2p

5p	2. a) $x \circ y = 3xy - 3x - 3y + 3 + 1$ $x \circ y = 3x(y-1) - 3(y-1) + 1 = 3(x-1)(y-1) + 1$ pentru orice numere reale x și y	2p 3p
5p	b) $3(x-1)(x+1-1)+1 \leq 7, \quad 3(x-1)x \leq 6; 3 \Rightarrow (x-1)x \leq 2 \Rightarrow x^2 - x - 2 \leq 0$ $x^2 - x - 2 = 0, \Delta = 1 + 8 = 9, \quad x_{1,2} = \frac{1 \pm 3}{2} \Rightarrow x_1 = 2; x_2 = -1 \Rightarrow x \in [-1, 2]$	3p 2p
5p	c) $3(x-1)(y-1)+1 = 7, \quad 3(x-1)(y-1) = 6, \quad (x-1)(y-1) = 2$ Se obțin pentru x și y valorile $(-1, 0); (0, -1); (2, 3); (3, 2)$	3p 2p

SUBIECTUL al III-lea

(30 puncte)

5p	1. a) $f'(x) = \frac{1}{2x} \cdot 2 - \frac{x - (x-2)}{x^2} =$ $= \frac{1}{x} - \frac{2}{x^2} = \frac{x-2}{x^2}, \quad x \in (0; +\infty).$	3p 2p
5p	b) Tangenta la graficul funcției f în punctul $A(a; f(a)), a \in (0; +\infty)$ este paralelă cu dreapta de ecuație $y = -3x \Leftrightarrow f'(a) = -3$ $\frac{a-2}{a^2} = -3 \Leftrightarrow 3a^2 + a - 2 = 0 \Leftrightarrow a = -1$, care nu convine sau $a = \frac{2}{3}$, care convine.	2p 3p
5p	c) $f''(x) = \frac{-x+4}{x^3}, \quad x \in (0; +\infty).$ $f''(x) \leq 0$, pentru orice $x \in [4; +\infty)$, deci funcția f este concavă pe $[4; +\infty)$.	2p 3p
5p	2. a) Funcția f_n este derivabilă ca un produs de funcții elementare, pentru orice $n \in \mathbb{N}$ și $f'_n(x) = (2x+n)' \cdot e^x + (2x+n) \cdot (e^x)'$ $= 2e^x + (2x+n)e^x = (2x+n+2)e^x = f_{n+2}(x)$, pentru orice $x \in \mathbb{R}$, deci funcția f_n este o primitivă a funcției f_{n+2} .	2p 3p
5p	b) $f_0(x) = 2xe^x, \quad x \in \mathbb{R}$ și $\int 2xe^x dx = 2xe^x - 2 \int e^x dx = (2x-2)e^x + c$ Cum $F(1) = 2$, obținem $c = 2$, deci $F(x) = (2x-2)e^x + 2$.	3p 2p
5p	c) $\int (x+1)f_2(x) \cdot e^{-x} dx = \int (x+1)(2x+2)e^x \cdot e^{-x} dx = 2 \int (x+1)^2 dx =$ $= 2 \int (x^2 + 2x + 1) dx = \frac{2}{3}x^3 + 2x^2 + 2x + C$	2p 3p